**Prof. Dr. Alfred Toth**

# Spuren, Keime, Kategorien, Saltatorien, Garben

1. Bedeute wie üblich Sp(ur), Ke(im), Cat(egorie), und seien (Toth 2010a)

$\mathrm{Sp} = (x \in X, \rightarrow) \equiv x_{\rightarrow}/x^{\rightarrow}$

$\mathrm{Ke} = (y \in Y, \rightarrow) \equiv {}_{\leftarrow}x/{}^{\leftarrow}x$

$\mathrm{Cat} = (x \in X, y \in Y, \rightarrow) \equiv (x \rightarrow y)$

$\mathrm{Salt} = (y \in Y, x \in X, \leftarrow) \equiv (x \leftarrow y)$

Für Spuren gilt:

$1. \times 0.1 = 1_1 \equiv 1_{\rightarrow 1}/1^{\rightarrow 1}$ $\quad 2. \times 0.1 = 2_1 \equiv 2_{\rightarrow 1}/2^{\rightarrow 1}$ $\quad 3. \times 0.1 = 3_1 \equiv 3_{\rightarrow 1}/3^{\rightarrow 1}$

$2. \times 0.2 = 1_2 \equiv 1_{\rightarrow 2}/1^{\rightarrow 2}$ $\quad 2. \times 0.2 = 2_2 \equiv 2_{\rightarrow 2}/2^{\rightarrow 2}$ $\quad 3. \times 0.2 = 3_2 \equiv 3_{\rightarrow 2}/3^{\rightarrow 2}$

$3. \times 0.3 = 1_3 \equiv 1_{\rightarrow 3}/1^{\rightarrow 3}$ $\quad 2. \times 0.3 = 2_3 \equiv 2_{\rightarrow 3}/2^{\rightarrow 3}$ $\quad 3. \times 0.3 = 3_3 \equiv 3_{\rightarrow 3}/3^{\rightarrow 3}$

Für Keime gilt:

$.1 \times 0.1 = {}_1 1 \equiv {}_{1\leftarrow}1/{}^{1\leftarrow}1$ $\quad .2 \times 0.1 = {}_2 1 \equiv {}_{1\leftarrow}2/{}^{1\leftarrow}2$ $\quad .3 \times 0.2 = {}_3 2 \equiv {}_{1\leftarrow}3/{}^{1\leftarrow}3$

$.2 \times 0.2 = {}_1 2 \equiv {}_{2\leftarrow}1/{}^{2\leftarrow}1$ $\quad .2 \times 0.2 = {}_2 2 \equiv {}_{2\leftarrow}2/{}^{2\leftarrow}2$ $\quad .3 \times 0.2 = {}_3 2 \equiv {}_{2\leftarrow}3/{}^{2\leftarrow}3$

$.3 \times 0.3 = {}_1 3 \equiv {}_{3\leftarrow}1/{}^{3\leftarrow}1$ $\quad .2 \times 0.3 = {}_2 3 \equiv {}_{3\leftarrow}2/{}^{3\leftarrow}2$ $\quad .3 \times 0.3 = {}_3 3 \equiv {}_{3\leftarrow}3/{}^{3\leftarrow}3$

Kategorien entstehen also durch Zusammensetzung von Spuren und Keimen bzw. umgekehrt:

$\mathrm{Cat} = (x_{\rightarrow}$ □□ ${}_{y}\!\rightarrow) = (x \rightarrow y),\ x \in X,\ y \in Y.$

2. Es ist

$\times(\mathrm{Sp}) = \mathrm{Ke};\ \times(\mathrm{Ke}) = \mathrm{Sp}.$

Damit erhalten wir zwei 2-elementige Mengen:

Sp = $\{x_1; x^1\}$

Ke = $\{{}_1y; {}^1y\}$,

Wir haben dann also

$x_1 \circ {}_1y = (x.y)$

$x_1 \circ x_1 = (x.x.)$

${}_1y \circ x_1 = (.yx.)$

${}_1y \circ {}_1y = (.y.y)$.

und somit durch Einsetzung für x, y $\in$ {1, 2, 3} zwei homogene Matrizen für Spuren

$$\begin{pmatrix} 1_1 & 1_2 & 1_3 \\ 2_1 & 2_2 & 2_3 \\ 3_1 & 3_2 & 3_3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1^1 & 1^2 & 1^3 \\ 2^1 & 2^2 & 2^3 \\ 3^1 & 3^2 & 3^3 \end{pmatrix}$$

und zwei homogene Matrizen für Keime

$$\begin{pmatrix} {}_11 & {}_21 & {}_31 \\ {}_12 & {}_22 & {}_32 \\ {}_13 & {}_23 & {}_33 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} {}^11 & {}^21 & {}^31 \\ {}^12 & {}^22 & {}^32 \\ {}^13 & {}^23 & {}^33 \end{pmatrix}$$

3. Da eine Spur eine Kategorie ohne Codomäne und ein Keim eine Kategorie ohne Domäne ist, kann man die drei Basisspuren auch als (trichotomische) Zeilenvektoren und die drei Basiskeime auch als (triadische) Spaltenvektor, welche beide die eingebettete Peircesche $3 \times 3$-Matrix quasi wie ein Hüllensystem umgeben und einbetten, notieren:

| - | $\varnothing_1$ | $\varnothing_2$ | $\varnothing_3$ |
|---|---|---|---|
| $1_\varnothing$ | $1_1$ | $1_2$ | $1_3$ |
| $2_\varnothing$ | $2_1$ | $2_2$ | $2_3$ |
| $3_\varnothing$ | $3_1$ | $3_2$ | $3_3$ |

Damit ergeben sich also zwei Reihen von Übergängen aus der Präsemiotik in die Semiotik:

1. Keime → Subzeichen: $\varnothing_i \rightarrow (x.y)$

2. Spuren →Subzeichen: $a_\varnothing \rightarrow (x.y)$

$(x \in \{1., 2., 3.\}, I \in \{y \in \{.1, .2, .3\}\})$.

Nun handelt es sich hier im Gegensatz zu den innersemiotischen Übergängen $\alpha$ und $\beta$, deren Kompositionen und Konversen, um qualitative (Kontextur-)Übergänge. Wir bezeichnen sie daher mit $\aleph_i$ und $\omega_i$ (i = 1, 2, 3). Diese qualitativen Übergänge entsprechen also den bereits von Bense angesetzten Übergängen von „disponiblen" zu „relationalen" Kategorien (Bense 1975, S. 45 f.).

4. Für Garben benutzen wir als Indizierung, wie bereits in Toth (2010b), das Lokalitätsmass über einem Intervall

L = [1, 6].

Dieses besagt, dass etwa der „Halm" (1.1) nur in eine Garbe eingeht und daher maximal lokal ist $(1.1)_1$ während etwa der Halm (1.3) maximal global ist, da er sich zu 6 Garben verbindet $(1.3)_6$. Für die Monaden gilt (mit $(a.b)_L = (a.b)^{o}{}_L$):

$$\left.\begin{array}{l} 1.1_1,\ 1.2_3,\ 1.3_6 \\ 2.1_3,\ 2.2_4,\ 2.3_3 \\ 3.1_6,\ 3.2_3,\ 3.3_1 \end{array}\right\} \equiv \left\{\begin{array}{l} \downarrow_1,\ \rightarrow_3,\ \rightarrow_6 \\ \leftarrow_3,\ \downarrow_4,\ \rightarrow_3 \\ \leftarrow_6,\ \leftarrow_3,\ \downarrow_1 \end{array}\right.$$

($\downarrow$ ist Abkürzung für $\rightarrow\leftarrow$.)

Für die Dyaden haben wir:

$$\left.\begin{array}{l}
(2.1\ 1.1)_1,\ (2.1\ 1.2)_1,\ (2.1\ 1.3)_1 \\
(2.2\ 1.2)_2,\ (2.2\ 1.3)_2 \\
(2.3\ 1.3)_3 \\
(3.1\ 2.1)_3,\ (3.1\ 2.2)_2,\ (3.1\ 2.3)_1 \\
(3.2\ 2.2)_2,\ (3.2\ 2.3)_1 \\
(3.3\ 2.3)_1 \\
(3.1\ 1.1)_1,\ (3.1\ 1.2)_2,\ (3.1\ 1.3)_3 \\
(3.2\ 1.2)_1,\ (3.2\ 1.3)_2 \\
(3.3\ 1.3)_1
\end{array}\right\} \equiv
\begin{array}{l}
(\leftarrow\downarrow)_1,\ (\leftarrow\ \rightarrow)_1,\ (\leftarrow\ \rightarrow)_1 \\
(\downarrow\rightarrow)_2,\ (\downarrow\rightarrow)_2 \\
(\rightarrow\ \rightarrow)_3 \\
(\leftarrow\ \leftarrow)_3,\ (\leftarrow\downarrow)_2,\ (\leftarrow\ \rightarrow)_1 \\
(\leftarrow\downarrow)_2,\ (\leftarrow\ \rightarrow)_1 \\
(\downarrow\rightarrow)_1 \\
(\leftarrow\downarrow)_1,\ (\leftarrow\ \rightarrow)_2,\ (\leftarrow\ \rightarrow)_3 \\
(\leftarrow\ \rightarrow)_1,\ (\leftarrow\ \rightarrow)_2 \\
(\downarrow\rightarrow)_1
\end{array}$$

**Bibliographie**


Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Spuren, Keime und Disponibilität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Semiotische Garben mit indizierten Pfeilen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b


12.12.2010